

Capacidad deductiva y expresiva: traducciones y relaciones de inclusión entre lógicas abstractas

Diego Pinheiro Fernandes*

Existe a posibilidad de medir la capacidad expresiva entre sistemas lógicos \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 por la existencia de una traducción de \mathcal{L}_1 a \mathcal{L}_2 . Se podría decir que si hay una traducción de \mathcal{L}_1 a \mathcal{L}_2 que preserve ciertas propiedades de \mathcal{L}_1 que uno considera relevantes, entonces la capacidad expresiva de \mathcal{L}_1 no sería superior a aquella de \mathcal{L}_2 . Esto podría también dar lugar a una noción de inclusión entre lógicas: \mathcal{L}_1 estaría contenida en (o sería una sub-lógica de) \mathcal{L}_2 .

Por otro lado, uno pensaría que la relación “natural” y directa de sub-lógica, dada por la inclusión conjunto-teórica \subset de las relaciones de consecuencia, es inversamente relacionada a la relación de “ser más expresivo que”, de modo que si $\mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_2$, entonces \mathcal{L}_2 sería más expresiva que \mathcal{L}_1 .

Dados dos sistemas lógicos \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 tales que $\mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_2$, esta configuración podría resultar en problemas, una vez que hay casos en los que hay una traducción de \mathcal{L}_2 a \mathcal{L}_1 (con muy buenas propiedades estructurales), pero no vice-versa. En este caso, la sub-lógica \mathcal{L}_1 “contendría” su superlógica. Un caso semejante fue llamado “la paradoja de la traducción” por [Béz99].

En la charla, vamos a elucidar los conceptos involucrados: el de capacidad deductiva y capacidad expresiva de una lógica. Presentaremos la perspectiva de [Hum05] sobre la cuestión y mostraremos que la propuesta de [MDT09] no es adecuada. Propondremos una mejor solución y analizaremos las relaciones entre los conceptos de expresividad y sub-lógica, y su relación con la existencia de traducciones.

*Universidade Federal da Paraíba

Referencias

- [Béz99] Jean-Yves Béziau. Classical negation can be expressed by one of its halves. *Logic Journal of the Igpl*, 7(2):145–151, 1999.
- [Hum05] Lloyd Humberstone. Béziau’s translation paradox. *Theoria*, 71(2):138–181, 2005.
- [MDT09] Till Mossakowski, Razvan Diaconescu, and Andrzej Tarlecki. What is a logic translation? *Logica Universalis*, 3(1):95–124, 2009.